Vorlesung
Semantik von Programmiersprachen SS98

Priv.-Doz. Dr. Reinhold Heckmann und Dipl.-Inform. Stephan Thesing

Übungsblatt VIII

Ausgabe: 16.6.1998 Abgabe: 23.6.1998
Version: 1.2 Status: Final

As Caesar loved me, I weep for him; as he was fortunate, I rejoice at it; as he was valiant, I honour him: but, as he was ambitious, I slew him.
Shakespeare, *Julius Caesar*, Act 3 Scene 2

Aufgabe VIII.1 ((Zulässige Teilmengen) 3 Punkte) Seien P und Q cpos und $f : P \to Q$ stetig.

a) Zeigen Sie: $S \subseteq Q$ zulässig $\Rightarrow f^{-1}(S) = \{x \in P \mid fx \in S\} \subseteq P$ zulässig.

b) Zeigen Sie durch Angabe eines Gegenbeispiels:
$S \subseteq P$ zulässig $\not\Rightarrow f(S) = \{fx \mid x \in S\} \subseteq Q$ zulässig.

Aufgabe VIII.2 ((Getrennte Zulässigkeit) 4 Punkte) Im Gegensatz zur Stetigkeit gibt es keinen Satz von der getrennten Zulässigkeit, was man an folgendem Beispiel sieht:
Sei $\Omega = \{0, 1, 2, \ldots, \infty\}$ mit $0 \sqsubseteq 1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq \cdots \sqsubseteq \infty$, sei weiterhin $S = \{(x, y) \in \Omega \times \Omega \mid x = y \wedge x \neq \infty\}$. Zeigen Sie:

a) Für jedes feste $x \in \Omega$ ist $S_x = \{y \in \Omega \mid (x, y) \in S\}$ zulässig.

b) Für jedes feste $y \in \Omega$ ist $S^y = \{x \in \Omega \mid (x, y) \in S\}$ zulässig.

c) $S \subseteq \Omega \times \Omega$ ist *nicht* zulässig.

Aufgabe VIII.3 ((Funktionale Programmierung) 3 Punkte) Nehmen Sie die standardmäßig vordefinierten Funktionen und definieren Sie:

a) Eine Funktion *sum*, so daß *sum* $n = \sum_{i=0}^{n} i$

b) Eine Funktion *ggt*, so daß $ggt(a, b)$ den größten gemeinsamen Teiler von a und b liefert ($a, b \geq 1$).