Vorlesung

# Semantik von Programmiersprachen SS98

Priv.-Doz. Dr. Reinhold Heckmann und Dipl.-Inform. Stephan Thesing

## Übungsblatt II

Ausgabe: 5.5.1998 Abgabe: 12.5.1998
Version: 1.5 Status: Final

*Du siehst also, mein Freund, daß wir dieses Lehrfach wohl tatsächlich nötig haben, nachdem sich nun zeigt, daß es die Seele zwingt, mit Hilfe des einsichtigen Denkens die Wahrheit selbst zu suchen.*

Platon, Staat, Buch VII cap. 9

**Aufgabe II.1** (Einschritt-Semantik (8 Punkte)) Man betrachte erneut die Menge **AE** der arithmetischen Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \star &::= + \mid \times \mid - \\ a &::= n \mid a_1 \star a_2 \end{aligned}$$

Die Ergebnissemantik $\rightarrow \subseteq \mathbf{AE} \times \mathbf{N}$ sei durch folgende Regeln definiert:

$$n \rightarrow n \qquad \frac{a_1 \rightarrow n_1 \;\; a_2 \rightarrow n_2}{a_1 \star a_2 \rightarrow n}, \text{ falls } n = n_1 \circledast n_2.$$

Die Einschritt-Semantik $\rightarrow_p \subseteq \mathbf{AE} \times \mathbf{AE}$ sei durch folgende Regeln definiert:

$$\frac{a_0 \rightarrow_p a_0'}{a_0 \star a_1 \rightarrow_p a_0' \star a_1} \qquad \frac{a_1 \rightarrow_p a_1'}{a_0 \star a_1 \rightarrow_p a_0 \star a_1'}$$

$$n_1 \star n_2 \rightarrow_p n, \text{ falls } n = n_1 \circledast n_2.$$

Weiter sei $\rightarrow_p^*$ der reflexive und transitive Abschluß von $\rightarrow_p$.

Beweisen Sie, daß für alle $a \in \mathbf{AE}$, $n \in \mathbf{N}$: $a \rightarrow_p^* n \iff a \rightarrow n$. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

1. Beweisen Sie: $\forall a_1, a_2 \in \mathbf{AE}, n_1, n_2 \in \mathbf{N} : a_1 \rightarrow_p^* n_1 \wedge a_2 \rightarrow_p^* n_2 \Rightarrow a_1 \star a_2 \rightarrow_p^* n_1 \circledast n_2$.

2. Beweisen Sie: $\forall a_1, a_2 \in \mathbf{AE}$, $n \in \mathbf{N} : a_1 \rightarrow_p a_2 \wedge a_2 \rightarrow n \Rightarrow a_1 \rightarrow n$.
3. Zeigen Sie mit (1), daß $a \rightarrow n \Rightarrow a \rightarrow_p^* n$.
4. Zeigen Sie mit (2), daß $a \rightarrow_p^* n \Rightarrow a \rightarrow n$.

**Aufgabe II.2** (Invariante Variablen (2 Punkte)) Die Menge $loc_L(c)$ der Variablen, die auf linken Seiten von Zuweisungen in einer Anweisung $c \in \mathbf{Com}$ auftauchen, seien wie folgt definiert:

$$
\begin{array}{cc}
loc_L(\mathbf{skip}) = \emptyset, & loc_L(X\mathbf{:=}a) = \{X\} \\
\multicolumn{2}{c}{loc_L(\mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ c_1\ \mathbf{else}\ c_2) = loc_L(c_1) \cup loc_L(c_2)} \\
loc_L(c_1\mathbf{;}c_2) = loc_L(c_1) \cup loc_L(c_2), & loc_L(\mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ c) = loc_L(c)
\end{array}
$$

Beweisen Sie: Sei $X \in \mathbf{Loc}$. $\forall c \in \mathbf{Com}, \sigma, \sigma' \in \Sigma : X \notin loc_L(c) \wedge \langle c, \sigma \rangle \rightarrow \sigma' \Rightarrow \sigma(X) = \sigma'(X)$.