Vorlesung

Semantik von Programmiersprachen SS98

Priv.-Doz. Dr. Reinhold Heckmann und Dipl.-Inform. Stephan Thesing

Übungsblatt I

Ausgabe: 28.4.1998 Abgabe: 5.5.1998

Version: 1.10 Status: Final

Schau jedem Ding auf den Grund. Seine eigentümliche Beschaffenheit so wenig wie sein Wert entgehe deinem Blicke!

Marc Aurel, Selbstbetrachtungen, Buch VI/3

Aufgabe I.1 (Auswertung bei Bedarf (2 Punkte)) Boolesche Ausdrücke seien definiert durch ($a \in \mathbf{AE}$):

$$b ::= \mathbf{true} \mid \mathbf{false} \mid \neg b \mid b_1 \wedge b_2 \mid b_1 \vee b_2 \mid a_1 \leq a_2$$

Dabei sind arithmetische Ausdrücke $a \in \mathbf{AE}$ durch folgende abstrakte Syntax gegeben:

$$\begin{aligned} &\star ::= + \mid * \mid - \\ &a ::= n \mid a_1 \star a_2 \\ &n \in \mathbf{N} \end{aligned}$$

Definieren Sie eine Einschritt-Semantik, die boolesche Ausdrücke von links nach rechts auswertet. Dabei sollen rechts stehende Argumente nur bei Bedarf ausgewertet werden.

Aufgabe I.2 (Einschritt-Semantik (6 Punkte)) Betrachte die „parallele" *Einschritt-Semantik* $\rightarrow_p \subseteq \mathbf{AE} \times \mathbf{AE}$, die definiert ist als die kleinste Relation, die folgende Axiome und Regeln erfüllt:

$$\frac{a_0 \rightarrow_p a_0'}{a_0 \star a_1 \rightarrow_p a_0' \star a_1} \qquad \frac{a_1 \rightarrow_p a_1'}{a_0 \star a_1 \rightarrow_p a_0 \star a_1'}$$

$$n_1 \star n_2 \rightarrow_p n \text{ , falls } n = n_1 \circledast n_2 \text{ auf den ganzen Zahlen.}$$

Hierbei ist $\circledast$ die wohlbekannte Operation auf den ganzen Zahlen, die zu $\star$ korrespondiert.

1. Geben Sie alle möglichen Berechnungen von $(1+2)*(3+4)$ an.
2. Zeigen Sie mittels Induktion, daß $\rightarrow_p$ *terminiert*, d.h. daß keine unendlichen Berechnungen $a_0 \rightarrow_p a_1 \rightarrow_p \ldots$ existieren. (Hinweis: Es ist vielleicht nützlich die Anzahl der $\star$ eines Ausdruckes zu betrachten.)
3. Zeigen Sie, daß $\rightarrow_p$ *uniform konfluent* ist: Falls $a_1 \ {}_p\!\!\leftarrow a \rightarrow_p a_2$, mit $a_1 \neq a_2$, dann existiert a' mit $a_1 \rightarrow_p a' \ {}_p\!\!\leftarrow a_2$. (Hinweis: Strukturelle Induktion über a_1)
4. (2 Zusatzpunkte) Zeigen Sie, daß für alle $a \in \mathbf{AE}$ ein eindeutig bestimmtes n existiert, mit $a \rightarrow_p^* n$.

Aufgabe I.3 (Deterministische Auswertung (3 Punkte)) Zeigen Sie durch wohlfundierte Induktion, daß die Auswertung arithmetischer Ausdrücke in **IMP** deterministisch ist, d.h. für alle $a \in \mathbf{AExp}$ und $\sigma \in \Sigma$ genau ein $n \in \mathbf{N}$ existiert, so daß $\langle a, \sigma \rangle \rightarrow n$.

Aufgabe I.4 (Arithmetische Ausdrücke mit Zuweisungen (6 Punkte)) Arithmetische Ausdrücke $a \in$**AEZ** mit Zuweisungen seien durch folgende abstrakte Syntax definiert:

$$\begin{aligned} &a ::= n \mid X \mid a_1 \star a_2 \mid X \leftarrow a \\ &\star ::= + \mid - \mid * \\ &X \in \mathbf{Loc} \end{aligned}$$

Das Ergebnis der Auswertung von $X \leftarrow a$ stimme mit dem der Auswertung von a überein. Die Auswertung von $X \leftarrow a$ habe den zusätzlichen Seiteneffekt der Zuweisung von $X := a$ (vgl. **C**).

1. Geben Sie eine Ergebnissemantik $\rightarrow \subseteq (\mathbf{AEZ} \times \Sigma) \times (\mathbf{N} \times \Sigma)$ für arithmetische Ausdrücke mit Zuweisungen an, die von links nach rechts auswertet. (Z.B. $\langle (X \leftarrow 2) * X, \sigma \rangle \rightarrow \langle 4, \sigma[2/X] \rangle$)
2. Was würde passieren, wenn die parallele Auswertung (die Auswertung bei Bedarf) um arithmetische Ausdrücke mit Zuweisungen erweitert würden (informell)?
3. Die Sprache **Imp*** sei definiert wie **Imp**, wobei die arithmetischen Ausdrücke **AExp** durch **AEZ** ersetzt sind. Die booleschen Ausdrücke $b \in \mathbf{BEZ}$ von **Imp*** sind definiert wie zuvor, allerdings ersetzen **AEZ**-Ausdrücke die **AExp**-Ausdrücke. Die Auswertung arithmetischer und boolescher Ausdrücke soll von links nach rechts erfolgen. Geben Sie eine vollständige Ergebnissemantik für **Imp*** an. Beachten Sie dabei, daß die Auswertungsrelation für boolesche Ausdrücke in **Imp*** nun eine Relation vom Typ $(\mathbf{BEZ} \times \Sigma) \times (\mathbf{T} \times \Sigma)$ sein muß.