Vorlesung

# Semantik von Programmiersprachen SS98

Priv.-Doz. Dr. Reinhold Heckmann und Dipl.-Inform. Stephan Thesing

## IMP Definition

## Syntaktische Bereiche

- Ganze Zahlen $\mathbf{N} = \{0, 1, -1, 2, -2, \ldots\}$
- Warheitswerte $\mathbf{T} = \{\mathbf{true}, \mathbf{false}\}$
- Lokationen **Loc**
- Arithmetische Ausdrücke **Aexp**
- Boolesche Ausdrücke **Bexp**
- Anweisungen **Com**

## Metavariablen

- $n, m(, n', n_0, \ldots)$ aus $\mathbf{N}$
- $X, Y$ aus **Loc**
- $a$ aus **Aexp**
- $b$ aus **Bexp**
- $c$ aus **Com**

# Aexp Syntax

$$a ::= n \mid X \mid a_0 + a_1 \mid a_0 - a_1 \mid a_0 * a_1$$

# Bexp Syntax

$$b ::= \mathbf{true} \mid \mathbf{false} \mid a_0 = a_1 \mid a_0 \leq a_1 \mid \neg b \mid b_0 \wedge b_1 \mid b_0 \vee b_1$$

# Com Syntax

$$\mathbf{skip} \mid X := a \mid c_0 \,;\, c_1 \mid \mathbf{if}\, b\, \mathbf{then}\, c_0\, \mathbf{else}\, c_1 \mid \mathbf{while}\, b\, \mathbf{do}\, c$$

# Auswertung arithmetischer Ausdrücke

## Zustände

$\sigma \in \Sigma$, $\sigma : \mathbf{Loc} \to \mathbf{N}$
$\sigma(X)$ ist der Wert von $X$ in $\sigma$.

## Regeln

Ausdruck $a$ wertet in $\sigma$ zu dem Wert $n$ aus: $\langle a, \sigma \rangle \to n$.
$\oplus, \ominus, \otimes$ sind die wohlbekannte Addition, Subtraktion und Multiplikation auf den ganzen Zahlen.

(Num) $\quad \langle n, \sigma \rangle \to n$

(Loc) $\quad \langle X, \sigma \rangle \to \sigma(X)$

(Sum) $$\frac{\langle a_0, \sigma \rangle \to n_0 \quad \langle a_1, \sigma \rangle \to n_1}{\langle a_0 + a_1, \sigma \rangle \to n_0 \oplus n_1}$$

(Sub) $$\frac{\langle a_0, \sigma \rangle \to n_0 \quad \langle a_1, \sigma \rangle \to n_1}{\langle a_0 - a_1, \sigma \rangle \to n_0 \ominus n_1}$$

(Mul) $$\frac{\langle a_0, \sigma \rangle \to n_0 \quad \langle a_1, \sigma \rangle \to n_1}{\langle a_0 * a_1, \sigma \rangle \to n_0 \otimes n_1}$$

## Auswertung boolescher Ausdrücke

(True) $\langle \mathbf{true}, \sigma \rangle \to \mathbf{true}$

(False) $\langle \mathbf{false}, \sigma \rangle \to \mathbf{false}$

(Eq1) $\dfrac{\langle a_0, \sigma \rangle \to n \quad \langle a_1, \sigma \rangle \to m}{\langle a_0 = a_1, \sigma \rangle \to \mathbf{true}}$, falls $n$ gleich $m$

(Eq2) $\dfrac{\langle a_0, \sigma \rangle \to n \quad \langle a_1, \sigma \rangle \to m}{\langle a_0 = a_1, \sigma \rangle \to \mathbf{false}}$, falls $n$ ungleich $m$

(Leq1) $\dfrac{\langle a_0, \sigma \rangle \to n \quad \langle a_1, \sigma \rangle \to m}{\langle a_0 \leq a_1, \sigma \rangle \to \mathbf{true}}$, falls $n$ kleiner gleich $m$

(Leq2) $\dfrac{\langle a_0, \sigma \rangle \to n \quad \langle a_1, \sigma \rangle \to m}{\langle a_0 \leq a_1, \sigma \rangle \to \mathbf{false}}$, falls $n$ größer $m$

(Not1) $\dfrac{\langle b, \sigma \rangle \to \mathbf{true}}{\langle \neg b, \sigma \rangle \to \mathbf{false}}$

(Not2) $\dfrac{\langle b, \sigma \rangle \to \mathbf{false}}{\langle \neg b, \sigma \rangle \to \mathbf{true}}$

(And) $\dfrac{\langle b_0, \sigma \rangle \to t_0 \quad \langle b_1, \sigma \rangle \to t_1}{\langle b_o \wedge b_1, \sigma \rangle \to t}$, wobei $t \equiv \mathbf{true}$, falls $t_0$ und $t_1$ gleich **true**, **false** sonst.

(Or) $\dfrac{\langle b_0, \sigma \rangle \to t_0 \quad \langle b_1, \sigma \rangle \to t_1}{\langle b_o \vee b_1, \sigma \rangle \to t}$, wobei $t \equiv \mathbf{true}$, falls $t_0$ oder $t_1$ (oder beide) gleich **true**, **false** sonst.

# Ausführung von Anweisungen

## Anfangszustand

$\sigma_0 : \forall X : \sigma_0(X) = 0$

## Zustandsmodifikation

Für $\sigma \in \Sigma$, $m \in \mathbf{N}$, $X \in \mathbf{Loc}$, $Y \in \mathbf{Loc}$: $[m/X] : \Sigma \to \Sigma$

$$\sigma[m/X](Y) := \begin{cases} m & \text{, falls } X = Y \\ \sigma(Y) & \text{, sonst} \end{cases}$$

## Regeln

Anweisung $c$ in $\sigma$ endet in neuem Zustand $\sigma'$: $\langle c, \sigma\rangle \to \sigma'$

(Skip) $\quad \langle \mathbf{skip}, \sigma\rangle \to \sigma$

(Assign) $$\frac{\langle a, \sigma\rangle \to n}{\langle X := a, \sigma\rangle \to \sigma[n/X]}$$

(If1) $$\frac{\langle b, \sigma\rangle \to \mathbf{true} \quad \langle c_0, \sigma\rangle \to \sigma'}{\langle\ \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ c_0\ \mathbf{else}\ c_1, \sigma\rangle \to \sigma'}$$

(If2) $$\frac{\langle b, \sigma\rangle \to \mathbf{false} \quad \langle c_1, \sigma\rangle \to \sigma'}{\langle\ \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ c_0\ \mathbf{else}\ c_1, \sigma\rangle \to \sigma'}$$

(While1) $$\frac{\langle b, \sigma\rangle \to\ \mathbf{false}}{\langle \mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ c, \sigma\rangle \to \sigma}$$

(While2) $$\frac{\langle b, \sigma\rangle \to\ \mathbf{true} \quad \langle c, \sigma\rangle \to \sigma'' \quad \langle \mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ c, \sigma''\rangle \to \sigma'}{\langle \mathbf{while}\ b\ \mathbf{do}\ c, \sigma\rangle \to \sigma'}$$