Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.2 – Informatik
Prof. Dr. R. Wilhelm
Dr.-Ing. D. Kästner
Dipl.-Inf. M. Langenbach

21. Mai 2001

Lösungsvorschlag zum Übungsblatt 4: Übersetzerbau (SS 2001)

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Ausgehend von der Grammatik $G = (V_N, V_T, P, S)$ können wir einen Item-Kellerautomaten zu G wie folgt konstruieren: $K_G = (V_T, It_G, \delta, [S' \to .S], \{[S' \to S.]\})$. Dabei sind $V_T = \{\textbf{if}, \textbf{then}, \textbf{else}, a, b\}$ und

$$
\begin{aligned}
It_G = \{ \; & [S' \to .S], [S' \to S.], [S \to .a], [S \to a.], \\
& [S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S], [S \to \textbf{if}\ .b\ \textbf{then}\ S], [S \to \textbf{if}\ b\ .\textbf{then}\ S], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S], [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S.], \\
& [S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S], [S \to \textbf{if}\ .b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ .\textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S], [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ .\textbf{else}\ S], [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ .S], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S.] \; \}
\end{aligned}
$$

Für die Konstruktion von δ werden die drei Fälle der Definition unterschieden.

Expansionsübergänge

$$
\begin{aligned}
\delta([S' \to .S], \varepsilon) = \{ \; & [S' \to .S][S \to .a], \\
& [S' \to .S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S], \\
& [S' \to .S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S] \; \}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta([S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S], \varepsilon) = \{ \; & [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S][S \to .a], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S] \; \}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta([S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S], \varepsilon) = \{ \; & [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to .a], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S] \; \}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta([S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ .S], \varepsilon) = \{ \; & [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ .S][S \to .a], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ .S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S], \\
& [S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ .S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S] \; \}
\end{aligned}
$$

Leseübergänge

$\delta([S \to .a], a) \;=\; \{\, [S \to a.] \,\}$

$\delta([S \to .\textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S], \textbf{if}) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, .b\, \textbf{then}\, S] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, .b\, \textbf{then}\, S], b) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, .\textbf{then}\, S] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, .\textbf{then}\, S], \textbf{else}) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, .S] \,\}$

$\delta([S \to .\textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S], \textbf{if}) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, .b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, .b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S], b) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, .\textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, .\textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S], \textbf{then}) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, .\textbf{else}\, S] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, .\textbf{else}\, S], \textbf{else}) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, .S] \,\}$

Reduktionsübergänge

$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, .S][S \to a.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S.] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, .S][S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S.] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, .S][S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S.] \,\}$

$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, .S\, \textbf{else}\, S][S \to a.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, .\textbf{else}\, S] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, .S\, \textbf{else}\, S][S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, .\textbf{else}\, S] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, .S\, \textbf{else}\, S][S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, .\textbf{else}\, S] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, .S][S \to a.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S.] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, .S][S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S.] \,\}$
$\delta([S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, .S][S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S.] \,\}$

$\delta([S' \to .S][S \to a.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S' \to S.] \,\}$
$\delta([S' \to .S][S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S' \to S.] \,\}$
$\delta([S' \to .S][S \to \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S.], \varepsilon) \;=\; \{\, [S' \to S.] \,\}$

Eine akzeptierende Konfigurationsfolge für **if** b **then** **if** b **then** a **else** a ist in Tabelle 1 dargestellt. Die erste Spalte bezeichnet die Aktion, die der Item-Kellerautomat momentan ausführt: (E)xpandieren, (L)esen oder (R)eduzieren. Falls ein Zeichen aus der Eingabe konsumiert wird, ist es in der zweiten Spalte aufgeführt. Die dritte Spalte enthält den resultierenden Kellerinhalt.

Eine mögliche Grammatik G' mit $L(G') = L(G)$ ist $G' = (\{S, T\}, \{\textbf{if}, \textbf{then}, \textbf{else}, a, b\}, P', S)$ mit

$$\left\{ \begin{array}{lcl} S & \to & \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, S\, \textbf{else}\, S \\ S & \to & T \\ T & \to & \textbf{if}\, b\, \textbf{then}\, T \\ T & \to & a \end{array} \right\}$$

Aktion	Zeichen	Kellerinhalt
–	–	$[S' \to .S]$
E	–	$[S' \to .S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S]$
L	**if**	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ .b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S]$
L	b	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ .\textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S]$
L	**then**	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S]$
E	**then**	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to .\textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S]$
L	**if**	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to \textbf{if}\ .b\ \textbf{then}\ S]$
L	b	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to \textbf{if}\ b\ .\textbf{then}\ S]$
L	**then**	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S]$
E	–	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S][S \to .a]$
L	a	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S][S \to a.]$
R	–	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ .S\ \textbf{else}\ S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S.]$
R	–	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ .\textbf{else}\ S]$
L	**else**	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ .S]$
E	–	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ .S][S \to .a]$
L	a	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ .S][S \to a.]$
R	–	$[S' \to .S][S \to \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ S\ \textbf{else}\ S.]$
R	–	$[S' \to S.]$

Tabelle 1: Eine akzeptierende Konfigurationsfolge für **if** b **then** **if** b **then** a **else** a.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Numeriert man die Produktionsregeln der Grammatik wie folgt durch

$$\begin{array}{rrcl}
1: & S' & \rightarrow & S \\
2: & S & \rightarrow & a\,A\,a \\
3: & S & \rightarrow & b\,S \\
4: & A & \rightarrow & B\,A \\
5: & A & \rightarrow & C \\
6: & B & \rightarrow & b\,C \\
7: & C & \rightarrow & B \\
8: & C & \rightarrow & c \\
9: & D & \rightarrow & a\,A\,E \\
10: & E & \rightarrow & D\,b
\end{array}$$

erhält man folgende Transferfunktionen zur Berechnung der $FIRST_1$-Mengen:

$$\begin{array}{rcl}
Fir_1(d) & = & d \\
Fir_2(d) & = & \{a\} \oplus_1 d \oplus_1 \{a\} = \{a\} \\
Fir_3(d) & = & \{b\} \oplus_1 d = \{b\} \\
Fir_4(d_1, d_2) & = & d_1 \oplus_1 d_2 \\
Fir_5(d) & = & d \\
Fir_6(d) & = & \{b\} \oplus_1 d = \{b\} \\
Fir_7(d) & = & d \\
Fir_8() & = & \{c\} \\
Fir_9(d_1, d_2) & = & \{a\} \oplus_1 d_1 \oplus_1 d_2 = \{a\} \\
Fir_{10}(d) & = & d \oplus_1 \{b\}
\end{array}$$

Aus diesen läßt sich das nachstehende Gleichungssystem aufstellen:

$$\begin{array}{rclcl}
Fi_1(S') & = & Fir_1(Fi_1(S)) & = & Fi_1(S) \\
Fi_1(S) & = & Fir_2(Fi_1(A)) \cup Fir_3(Fi_1(S)) & = & \{a, b\} \\
Fi_1(A) & = & Fir_4(Fi_1(B), Fi_1(A)) \cup Fir_5(Fi_1(C)) & = & Fi_1(B) \oplus_1 Fi_1(A) \cup Fi_1(C) \\
Fi_1(B) & = & Fir_6(Fi_1(C)) & = & \{b\} \\
Fi_1(C) & = & Fir_7(Fi_1(B)) \cup Fir_8() & = & Fi_1(B) \cup \{c\} \\
Fi_1(D) & = & Fir_9(Fi_1(A), Fi_1(E)) & = & \{a\} \\
Fi_1(E) & = & Fir_{10}(Fi_1(D)) & = & Fi_1(D) \oplus_1 \{b\}
\end{array}$$

Verwendet man ein geeignetes Lösungsverfahren, z. Bsp. das Gesamtschrittverfahren, erhält man:

$$
\begin{aligned}
Fi_1(S') &= \{a,b\}\\
Fi_1(S) &= \{a,b\}\\
Fi_1(A) &= \{b,c\}\\
Fi_1(B) &= \{b\}\\
Fi_1(C) &= \{b,c\}\\
Fi_1(D) &= \{a\}\\
Fi_1(E) &= \{a\}
\end{aligned}
$$

Analog wird das Gleichungssystem für $FOLLOW_1$ generiert:

$$
\begin{aligned}
Fol_{1,1}(d) &= d\\
Fol_{2,1}(d) &= \{a\} \oplus_1 d = \{a\}\\
Fol_{3,1}(d) &= d\\
Fol_{4,1}(d) &= Fi_1(A) \oplus_1 d = \{b,c\}\\
Fol_{4,2}(d) &= d\\
Fol_{5,1}(d) &= d\\
Fol_{6,1}(d) &= d\\
Fol_{7,1}(d) &= d\\
Fol_{9,1}(d) &= Fi_1(E) \oplus_1 d = \{a\}\\
Fol_{9,2}(d) &= d\\
Fol_{10,1}(d) &= \{b\} \oplus_1 d = \{b\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Fo_1(S') &= \{\#\} & &\\
Fo_1(S) &= Fol_{1,1}(Fo_1(S')) \cup Fol_{3,1}(Fo_1(S)) &&= Fo_1(S') \cup Fo_1(S)\\
Fo_1(A) &= Fol_{2,1}(Fo_1(S)) \cup Fol_{4,2}(Fo_1(A)) \cup Fol_{9,1}(Fo_1(D)) &&= \{a\} \cup Fo_1(A) \cup \{a\}\\
Fo_1(B) &= Fol_{4,1}(Fo_1(A)) \cup Fol_{7,1}(Fo_1(C)) &&= \{b,c\} \cup Fo_1(C)\\
Fo_1(C) &= Fol_{5,1}(Fo_1(A)) \cup Fol_{6,1}(Fo_1(B)) &&= Fo_1(A) \cup Fo_1(B)\\
Fo_1(D) &= Fol_{10,1}(Fo_1(E)) &&= \{b\}\\
Fo_1(E) &= Fol_{9,2}(Fo_1(D)) &&= Fo_1(D)
\end{aligned}
$$

Die Lösung des Gleichungssystems ist somit:

$$
\begin{aligned}
Fo_1(S') &= \{\#\}\\
Fo_1(S) &= \{\#\}\\
Fo_1(A) &= \{a\}\\
Fo_1(B) &= \{a,b,c\}\\
Fo_2(C) &= \{a,b,c\}\\
Fo_1(D) &= \{b\}\\
Fo_1(E) &= \{b\}
\end{aligned}
$$